INSPECTION GENERALE

DIRECTION DE LA PEDAGOGIE
ET DE LA FORMATION CONTINUE
(DPFC)

DOMAINE DES SCIENCES

PROGRAMMES EDUCATIFS ET GUIDES D'EXECUTION

MATHEMATIQUES

Terminale D

MOT DE MADAME LA MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

L'école est le lieu où se forgent les valeurs humaines indispensables pour le développement harmonieux d'une nation. Elle doit être en effet le cadre privilégié où se cultivent la recherche de la vérité, la rigueur intellectuelle, le respect de soi, d'autrui et de la nation, l'amour pour la nation, l'esprit de solidarité, le sens de l'initiative, de la créativité et de la responsabilité.

La réalisation d'une telle entreprise exige la mise à contribution de tous les facteurs, tant matériels qu'humains. C'est pourquoi, soucieux de garantir la qualité et l'équité de notre enseignement, le Ministère de l'Éducation Nationale s'est toujours préoccupé de doter l'école d'outils performants et adaptés au niveau de compréhension des différents utilisateurs.

Les programmes éducatifs et leurs guides d'exécution que le Ministère de l'Éducation Nationale a le bonheur de mettre aujourd'hui à la disposition de l'enseignement de base est le fruit d'un travail de longue haleine, au cours duquel différentes contributions ont été mises à profit en vue de sa réalisation. Ils présentent une entrée dans les apprentissages par les situations en vue de développer des compétences chez l'apprenant en lui offrant la possibilité de construire le sens de ce qu'il apprend.

Nous présentons nos remerciements à tous ceux qui ont apporté leur appui matériel et financier pour la réalisation de ce programme. Nous remercions spécialement Monsieur Philippe JONNAERT, Professeur titulaire de la Chaire UNESCO en Développement Curricula ire de l'Université du Québec à Montréal qui nous a accompagnés dans le recadrage de nos programmes éducatifs.

Nous ne saurions oublier tous les Experts nationaux venus de différents horizons et qui se sont acquittés de leur tâche avec compétence et dévouement.

A tous, nous réitérons la reconnaissance du Ministère de l'Éducation Nationale.

Nous terminons en souhaitant que tous les milieux éducatifs fassent une utilisation rationnelle de ces programmes éducatifs pour l'amélioration de la qualité de notre enseignement afin de faire de notre pays, la Côte d'Ivoire un pays émergent à l'horizon 2020, selon la vision du Chef de l'État, SEM Alassane OUATTARA.

Merci à tous et vive l'École Ivoirienne !

République de Côte d'Ivoire
LE MINISTRE
Ministère de l'Éducation Nationale

Kandia CAMARA

LISTE DES SIGLES

A.P.	Arts Plastiques
A.P.C.	Approche Par Compétence
A.P.F.C.	Antenne de la Pédagogie et de la Formation Continue
All.	Allemand
Angl.	Anglais
C.A. F.O.P	Centre d'Animation et de Formation Pédagogique
C.M.	Collège Moderne
C.N.F.P.M.D.	Centre National de Formation et de Production du Matériel Didactique
C.N.M.S	Centre National des Matériels Scientifiques
C.N.R.E	Centre National des Ressources Educatives
C.O.C	Cadre d'Orientation Curriculaire
D.D.E.N.	Direction Départementale de l'Education Nationale
D.E.U.G.	Diplôme d'Etude Universitaire Générale
D.R.E.N.	Direction Régionale de l'Education Nationale
D.P.F.C.	Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue
D.R.H.	Direction des Ressources Humaines
E.D.H.C.	Education aux Droits de l'Homme et à la Citoyenneté
E.P.S.	Education Physique et Sportive
Esp.	Espagnol
Fr	Français
FOAD	Formation à Distance
Hist-Géo	Histoire et Géographie
I.G.E.N.	Inspection Générale de l'Education Nationale
I.O.	Instituteur Ordinaire
I.A.	Instituteur Adjoint
L.M.	Lycée Moderne
L. Mun.	Lycée Municipal
M.E.N.	Ministère de l'Education Nationale
Math.	Mathématique
S.V.T.	Sciences de la Vie et de la Terre
P.P.O.	Pédagogie Par Objectif
PHYS-CHIMIE	Physique Chimie
U.P.	Unité Pédagogique

TABLE DES MATIERES

Mathématiques TERMINALE D

INTRODUCTION

Dans son souci constant de mettre à la disposition des établissements scolaires des outils pédagogiques de qualité appréciable et accessibles à tous les enseignants, le Ministère de l'Éducation nationale vient de procéder au toilettage des Programmes d'Enseignement.

Cette mise à jour a été dictée par :
- La lutte contre l'échec scolaire ,
- La nécessité de cadrage pour répondre efficacement aux nouvelles réalités de l'école ivoirienne ,
- Le souci de garantir la qualité scientifique de notre enseignement et son intégration dans l'environnement ,
- L'harmonisation des objectifs et des contenus d'enseignement sur tout le territoire national.

Ces programmes éducatifs se trouvent enrichis des situations. Une situation est un ensemble de circonstances contextualisées dans lesquelles peut se retrouver une personne. Lorsque cette personne a traité avec succès la situation en mobilisant diverses ressources ou habilités, elle a développé des compétences : on dira alors qu'elle est compétente.

La situation n'est donc pas une fin en soi, mais plutôt un moyen qui permet de développer des compétences , ainsi une personne ne peut être décrétée compétente à priori.

Chaque programme définit pour tous les ordres d'enseignement, le profil de sortie, le domaine disciplinaire, le régime pédagogique et il présente le corps du programme de la discipline.
Le corps du programme est décliné en plusieurs éléments qui sont :
- La compétence ,
- Le thème ,
- La leçon ,
- Un exemple de situation ,
- Un tableau à deux colonnes comportant respectivement **:**
  - **Les habiletés :** elles correspondent aux plus petites unités cognitives attendues de l'élève au terme d'un apprentissage ,
  - **Les contenus d'enseignement :** ce sont les notions à faire acquérir aux élèves

Par ailleurs, les disciplines du programme sont regroupées en cinq domaines :
- le **Domaine des langues** comprenant le Français, l'Anglais, l'Espagnol et l'Allemand ,
- le **Domaine des sciences et technologie** regroupant les Mathématiques, la Physique-Chimie, les Sciences de la Vie et de la Terre et les TICE ,
- le **Domaine de l'univers social** concernant l'Histoire-Géographie, l'Éducation aux Droits de l'Homme et à la Citoyenneté et la Philosophie ,
- le **Domaine des arts** comportant les Arts Plastiques et l'Éducation Musicale ,
- le **Domaine du développement éducatif, physique et sportif** prenant en compte l'Éducation Physique et Sportive.

Toutes ces disciplines concourent à la réalisation d'un seul objectif final, celui de la formation intégrale de la personnalité de l'enfant. Toute idée de cloisonner les disciplines doit, de ce fait, être abandonnée.

L'exploitation optimale des programmes recadrés nécessite le recours à une pédagogie fondée sur la participation active de l'élève, le passage du rôle de l'enseignant, de celui de dispensateur des connaissances vers celui d'accompagnateur de l'élève.

I. PROFIL DE SORTIE

A la fin du second cycle de l'enseignement général secondaire des séries scientifiques (option série D), l'élève doit avoir acquis des compétences lui permettant de traiter des situations relatives :

- aux **calculs algébriques** (Ensemble de nombres réels, polynômes et fractions rationnelles, Equations et inéquations: Nombres complexes)
- aux **fonctions** (Généralités sur les fonctions, Limites et continuité, Dérivabilité, Etude et représentation graphique d'une fonction, Primitives, Fonction logarithme népérien, Fonction exponentielle népérienne, Calcul Intégral, Suites Numériques, Equations différentielles)
- à la **géométrie du plan** (Vecteurs et points du plan, Produit scalaire, Droites et cercles dans le plan, Angles inscrits, Angles orientés et trigonométrie, Barycentre)
- à la **géométrie de l'espace** (Droites et plan de l'espace, Orthogonalité dans l'espace)
- aux **transformations du plan** (Utilisation des symétries et translations, Homothéties et Rotations, Composées de transformations du plan, Nombres complexes et transformations du plan)
- à **l'organisation et traitement des données** (Statistique à une variable, Statistique à deux variables)
- à la **modélisation d'un phénomène aléatoire** (Dénombrement, Probabilités)

II. DOMAINE DES SCIENCES

Le domaine des sciences et technologie est composé de quatre disciplines :

- les mathématiques
- la physique-chimie
- les sciences de la vie et de la terre
- les technologies de l'information et de la communication à l'école (TICE).

Les mathématiques fournissent les outils indispensables à l'étude des autres disciplines du domaine. En effet, les biologistes par exemple étudient l'évolution de certains micro-organismes qui se multiplient rapidement en ayant recourt à des modèles mathématiques.
Les mathématiques sont utilisées en physique, notamment en électricité et en mécanique.

III.REGIME PEDAGOGIQUE

En Côte d'Ivoire, l'année scolaire comporte 32 semaines.

Discipline	Nombre d'heures/semaine	Nombre d'heures/année	Pourcentage par rapport à l'ensemble des disciplines
MATHEMATIQUE	6	192	18,18%

IV. TABLEAU SYNOPTIQUE DES PROGRAMMES RECADRES DE MATHEMATIQUES - SERIE D

COMPETENCE 1

Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions.

N°	THEME	SECONDE C	PREMIERE D	TERMINALE D

1.	Thème 1 : Calculs algébriques	Leçon 1 : Ensemble de nombres réels Leçon 2 : polynômes et fractions rationnelles Leçon 3 : Equations et inéquations dans $\mathbb{R}$ Leçon 4 : Equations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	leçon 1 : Equations et inéquations du second degré	Leçon 1 : Nombres complexes
2.	Thème 2 : Fonctions	Leçon 1 : Généralités sur les fonctions Leçon 2: Etude des fonctions élémentaires	leçon 1: Généralités sur les fonctions leçon 2 : Limite et continuité leçon 3: Dérivée leçon 4: Extension de la notion de la limite leçon 5: Etude et représentation graphique d'une fonction leçon 6 : suites numériques	Leçon 1 : Limites et continuité Leçon 2 : Dérivabilité et étude de fonctions Leçon 3 : Primitives Leçon 4: Fonctions logarithmes Leçon 5: Fonctions exponentielles, fonctions puissances Leçon 6 : Calcul Intégral Leçon 7 : Suites Numériques Leçon 8 : Equations différentielles

COMPETENCE 2

Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et au traitement des données.

N°	THEMES	SECONDE C	PREMIERE D	TERMINALE D
1.	Thème 1 : organisation et traitement des données	Leçon 1 : Statistique à une variable	Leçon 1 : Statistique à une variable	Leçon 1 : Statistiques à deux variables
2.	Thème 2 : Modélisation d'un phénomène aléatoire		Leçon 2 : Dénombrement Leçon 3 : Probabilités	Leçon 1 : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire

COMPETENCE 3

Traiter une situation relative à la Géométrie du plan, à la Géométrie de l'espace et aux Transformations du plan.

N°	THEME	SECONDE C	PREMIERE D	TERMINALE D
1.	Thème 1 : Géométrie du plan	Leçon 1 : Vecteurs et points du plan Leçon 2 : Produit	Leçon 1 : Barycentre Leçon 2 : Trigonométrie	Leçon 1 : Nombres complexes et transformations du

		scalaire Leçon 3 : Droites et cercles dans le plan Leçon 4 : Angles inscrits Leçon 5 : Angles orientés et trigonométrie		plan
2.	Thème 2 : Géométrie de l'espace	Leçon 1: Droites et plan de l'espace	Leçon 1 : Orthogonalité dans l'espace	
3.	Thème 3 : Transformations du plan	Leçon 1 : Utilisation des symétries et translations Leçon 2 : Homothéties et Rotations	Leçon 1 : Composées de transformations du plan	

CORPS DU PROGRAMME EDUCATIF MATHEMATIQUES - TERMINALE D

COMPETENCE 1

Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions.

THEME 1 : CALCULS ALGEBRIQUES

Leçon 1.1 : Nombres complexes

Exemple de situation
Des élèves d'une classe de terminale s'interroge sur ce qu'ils viennent de découvrir à l'exposition sur les journées mathématiques organisée par la Société Mathématique de Côte d'Ivoire (SMCI).
Dans un stand sur les équations on peut lire :
Au début du XVIème siècle, le mathématicien Scipione dal Ferro, propose une formule donnant une solution de l'équation du 3ème degré $x^3 + px = q$

$$x = \sqrt[3]{\frac{q-\sqrt{q^2+4p^3/27}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{q+\sqrt{q^2+4p^3/27}}{2}}$$

A la fin du XVIème siècle, le mathématicien Bombelli applique cette formule à l'équation $x^3 - 15x = 4$.
Il obtient littéralement : $x = \sqrt[3]{2 - 11\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{2 + 11\sqrt{-1}}$.
Les élèves sont intrigués par la notation $\sqrt{-1}$ car depuis la classe de troisième ils savent que la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas. Leur professeur de mathématique explique qu'en mathématique, lorsqu'une une équation n'a pas de solutions dans un ensemble, une démarche naturelle (et historique) consiste à en chercher dans un ensemble plus grand. L'ensemble numérique le plus grand que l'on a rencontré est IR. Pourtant, l'équation $x^2 + 1 = 0$ n'a pas de solutions dans IR. Il faut donc envisager un autre ensemble noté C contenant des nombres imaginaires.
Les élèves décident d'en savoir d'avantage sur ce nouvel ensemble.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- la partie réelle , la partie imaginaire d'un nombre complexe - la forme algébrique d'un nombre complexe - la forme trigonométrique d'un nombre complexe - la forme exponentielle d'un nombre complexe
Connaître	- la définition du module , d'un argument d'un nombre complexe - les propriétés relatives au module et un argument du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe - les propriétés relatives à la somme, au produit et au quotient de deux nombres complexes - la définition du conjugué d'un nombre complexe - les propriétés relatives au conjugué d'un nombre complexe - la propriété relative à l'égalité de deux nombres complexes

	- l'affixe d'un point , d'un vecteur , - le point image , le vecteur image d'un nombre complexe - la définition d'une racine carrée d'un nombre complexe - la définition d'une racine $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul - les racines $n^{ième}$ de l'unité - la formule de Moivre - la formule d'Euler - les caractérisations complexes d'un cercle , d'une droite , d'une demi-droite
Déterminer	- la forme algébrique, la forme trigonométrique d'un nombre complexe - la partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe - le conjugué d'un nombre complexe - le module et un argument d'un nombre complexe non nul - des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes - les racines carrées d'un nombre complexe - les racines $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul
Calculer	- la somme, le produit et le quotient de deux nombres complexes - la puissance d'un nombre complexe
Linéariser	- des puissances de $\cos x \;\; et \;\; \sin x$.
Résoudre	- une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant - une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes
Placer	- les points images des racines $n^{ième}$ d'un nombre complexes, sur le cercle trigonométrique, connaissant l'une d'elles.
Utiliser	- les formules de Moivre et d'Euler pour transformer des produits en somme dans des expressions trigonométriques.
Traiter une situation	- faisant appel aux nombres complexes

THEME 2: FONCTIONS

Leçon 1.2 : Limites et continuité d'une fonction

Exemple de situation

Les élèves de Terminale s'exercent à la photographie au sein du club photo du lycée. Ils savent qu'en photographie, la profondeur de champ correspond à la zone de l'espace dans laquelle doit se trouver le sujet à photographier pour en obtenir une image que l'œil considérera nette.
En optique, pour que la netteté s'étende de la distance a à la distance r, la mise au point doit être faite à la distance p = $\frac{2ar}{a+r}$ (les distances sont exprimées en mètres).
Les élèvent souhaitent que la netteté s'étende de « 5 m à l'infini ».
Un élèves affirme alors que p = 10 - $\frac{50}{5+r}$.
Ces camarades décident de vérifier cette formule et de faire des calculs pour déterminer la distance de mise au point à choisir.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- les notions de branches paraboliques de direction celle de(OI) ou celle de (OJ) dans un repère (O, I, J) - une racine n-ième d'un nombre positif

	- une puissance d'exposant rationnel
Connaitre	- la propriété relative à la limite d'une fonction composée - la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert - les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle - la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle - les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue : • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique - le théorème des valeurs intermédiaires : - les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle - les méthodes de dichotomie et de balayage - les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels
Noter	- une racine n-ième d'un nombre positif ($\sqrt[n]{x}$ou $x^{\frac{1}{n}}$). - une puissance d'exposant rationnel ($x^{\frac{p}{q}}$).
Déterminer	- la limite d'une fonction • en utilisant les limites de référence • en utilisant une expression conjuguée • en utilisant la définition d'un nombre dérivé • en utilisant les propriétés de comparaison (minoration, majoration et encadrement) - la limite d'une fonction composée - l'image d'un intervalle par une fonction continue • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique - une valeur approchée d'une solution d'une équation - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$ - la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible - un prolongement par continuité d'une fonction en un point
Représenter	- la courbe de la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé - graphiquement des fonctions du type : • $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$, $x \in \mathbb{R}_+^*$) • $x \mapsto x^r$ ($r \in \mathbb{Q}$, $x \in \mathbb{R}_+^*$)
Interpréter	- graphiquement : • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (resp $-\infty$)

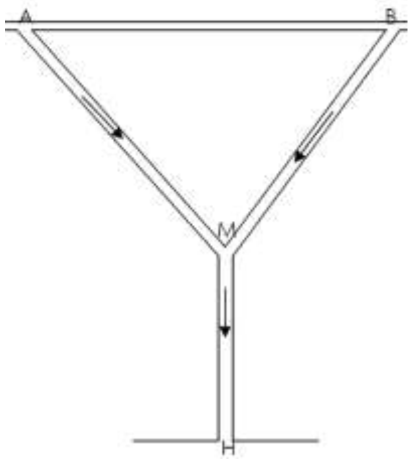
	• $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (resp $-\infty$)
Démontrer	- qu'une fonction f est une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J dans le cas où f est continue et strictement monotone sur I. - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = m$ (m réel) sur un intervalle I, f étant continue et strictement monotone sur I - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur un intervalle ouvert $]a , b[$, f étant continue et strictement monotone sur $[a , b]$
Traiter une situation	faisant appel aux limites et à la continuité d'une fonction

Leçon 1.3 : Dérivabilité et étude de fonctions

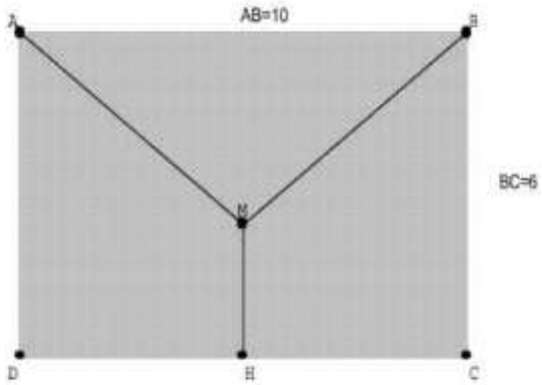
Exemple de situation

Un proviseur décide de mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur un mur aveugle, à l'arrière de la façade d'une classe du lycée.
Sur ce mur, de forme rectangulaire, deux tuyaux obliques doivent récupérer les eaux de pluie pour les déverser dans un tuyau vertical aboutissant à un réservoir.

La figure ci-dessous est un schéma d'un système d'écoulement des eaux :



On le schématise par la figure suivante, où les distances sont exprimées en mètres :



Sur ce plan, (MH) est la médiatrice de [DC].
Il s'agit de trouver, sur le mur de cette maison, la position du point M qui minimise la longueur totale des tuyaux.
On note Q la projection de M sur (BC) et on prend comme variable la mesure en radian de l'angle aigu BMQ = θ.

Les élèves de terminale définissent la fonction $g : \theta \mapsto g(\theta) = 2MB + MH$ sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Ils décident d'étudier cette fonction pour minimiser la longueur totale des tuyaux.

HABILETES	**CONTENUS**

Connaître	- la définition d'une fonction dérivable à gauche (respectivement à droite) en un point - la définition des dérivées successives d'une fonction - les nouvelles notations des dérivées successives $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \ldots, \frac{d^nf}{dx^n} (n \in \mathbb{N}^*)$ - les propriétés relatives à la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle - la propriété relative à la dérivée d'une fonction composée - les propriétés relatives à l'inégalité des accroissements finis (les 2 formes)
Noter	- un nombre dérivé à gauche (respectivement à droite) d'une fonction - les dérivées successives d'une fonction
Reconnaître	- graphiquement un point d'inflexion
Déterminer	- le signe d'une fonction en utilisant ses variations - le sens de variation d'une bijection réciproque d'une fonction f sur un intervalle J connaissant le sens de variation de f sur un intervalle I - le nombre dérivé de la fonction f^{-1} en un point y_0 - un point d'inflexion d'une courbe représentative d'une fonction - des dérivées successives d'une fonction
Étudier	- la dérivabilité d'une fonction définie par intervalles en un point de raccordement
Calculer	- le nombre dérivé en un point d'une fonction composée - la dérivée d'une fonction composée
Représenter	- graphiquement la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé - une demi-tangente - graphiquement une fonction du type : • $x \mapsto \cos(ax+b)$ • $x \mapsto \sin(ax+b)$ • $x \mapsto \tan(ax+b)$ • $x \mapsto \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ • $x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ • $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ • $x \mapsto \sqrt{ax^2+bx+c}$ - graphiquement des fonctions de raccordement - graphiquement une fonction : • comportant une valeur absolue • comportant une racine carrée
Interpréter	- graphiquement la dérivabilité à droite (resp. à gauche) d'une fonction en un point x_0
Démontrer	- qu'une fonction composée est dérivable en un point
Utiliser	l'inégalité des accroissements finis pour : • démontrer une inégalité • établir un encadrement
Traiter une situation	- faisant appel à la dérivabilité et à la représentation graphique des fonctions

Leçon 1.4 : Primitives

Exemple de situation d'apprentissage

Pour préparer un exposé en physique, une élève de terminale monte au rez-de-chaussée d'un immeuble dans un ascenseur et se place sur un pèse-personne. Elle relève la mesure affichée sur le pèse-personne au cours de son trajet jusqu'au 5ème étage. D'après les lois de la physique, on peut établir que la valeur M (en kg) affichée par le pèse-personne, est liée à l'accélération a (en m/s) de la cabine et à la masse m (en kg) de la personne.
L'objectif de cette activité de l'élève est d'établir la hauteur et la vitesse de la cabine à différents instants.
On établit en mécanique que la vitesse instantanée de la cabine est la fonction dérivée de la fonction h (la hauteur de la cabine en fonction du temps) et que l'accélération instantanée de la cabine est la fonction dérivée de la vitesse. Ainsi, a(t) = v'(t).
Arrivée en classe elle demande à ses camarades de classe de l'aider à trouver la fonction v qui a pour dérivée l'accélération a.

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	- la définition d'une primitive d'une fonction continue - les primitives des fonctions de référence - les primitives de : • $u' + v'$, $\lambda u'$ ($\lambda \in \mathbb{R}$) • $v' \times u'ov$, $\frac{u'}{\sqrt{u}}$, $u'cosu$, $u'sinu$, $\frac{u'}{u^r}$, $r \in \mathbb{Q}\backslash\{1\}$, $u' \times u^m$,$m \in \mathbb{Q}\backslash\{-1\}$ où u et v sont des fonctions dérivables
Déterminer	- l'ensemble des primitives d'une fonction continue - les primitives d'une fonction en utilisant les primitives des fonctions de référence - la primitive d'une fonction qui prend une valeur donnée en un point donné, - les primitives d'une fonction du type : • $u' + v'$, $\lambda u'$ ($\lambda \in \mathbb{R}$) • $v' \times u'ov$, $\frac{u'}{\sqrt{u}}$, $u'cosu$, $u'sinu$, $\frac{u'}{u^r}$, $r \in \mathbb{Q}\backslash\{1\}$, $u' \times u^m$,$m \in \mathbb{Q}\backslash\{-1\}$ où u et v sont des fonctions dérivables
Justifier	- qu'une fonction est une primitive d'une fonction donnée
Traiter une situation	- faisant appel aux primitives de fonctions

Leçon 1.5 : Fonctions logarithmes

Exemple de situation

Le médico-scolaire de ta commune organise une campagne de dépistage de la fièvre typhoïde dans ton établissement. Après avoir examiné n élèves pris au hasard, le médecin chef affirme que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde dans cet établissement est de 1- $(0{,}325)^n$.
Afin de sensibiliser davantage les élèves contre cette maladie, le chef de l'établissement veut connaitre le nombre minimum d'élèves tel que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde soit supérieur à 0,98. Il sollicite ta classe.
Après plusieurs essais infructueux avec la calculatrice, vous posez le problème à votre professeur de Mathématique qui vous demande d'utiliser les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien.
Curieux, chaque élève de la classe décide de s'informer sur la fonction logarithme népérien.

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	- la définition de la fonction logarithme népérien - la définition de la fonction logarithme décimal - les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien - la dérivée de la fonction logarithme népérien - le sens de variation de la fonction logarithme népérien - la représentation graphique de la fonction logarithme népérien - les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal - les limites de référence de la fonction logarithme népérien - les fonctions dérivées des fonctions du type : ln∘u et ln∘$\|u\|$ - les primitives des fonctions du type :$\frac{u'}{u}$
Noter	- la fonction logarithme népérien - la fonction logarithme décimal - une fonction logarithme de base a (a∈$\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$)
Résoudre	- des équations ou inéquations faisant intervenir la fonction *ln* - une équation de la forme$x^n = k$ (k∈$\mathbb{R}_+^*$, n∈ℕ*) - une inéquation d'inconnue n de la forme $q^n \geq a$ ou $q^n \leq a$ (q∈$\mathbb{R}_+^*$, a∈$\mathbb{R}_+^*$, n∈ℕ*)
Déterminer	- les fonctions dérivées des fonctions du type : ln∘u et ln∘$\|u\|$ - les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$,où u est une fonction dérivable non nulle
Représenter	- graphiquement les fonctions du type : ln∘u et ln∘$\|u\|$ - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien pour transformer une écriture - les limites de référence pour calculer d'autres limites
Étudier	- une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien
Traiter une situation	- faisant appel aux fonctions logarithmes

Leçon 1.6: Fonctions exponentielles, fonctions puissances

Exemple de situation d'apprentissage

Pour son premier stage pratique dans l'infirmerie de ton établissement, un étudiant en médecine reçoit un élève malade. Il lui donne un médicament qu'il prend immédiatement.
La fonction qui modélise la masse M, en mg, de ce médicament encore présente dans son sang t heures après sa prise du médicament est la fonction telle que : $M(t) = 50.e^{-0,75\,t}$.
En vue de prescrire si possible d'autres médicaments plus tard, le stagiaire désire visualiser cette masse M en fonction du temps t. Il sollicite ton professeur de Sciences de la vie et de la terre (SVT). Ce dernier associe ta classe au projet.
Motivés pour la cause, les élèves de la classe s'organisent et décident de faire des recherches sur les fonctions comportant la fonction exponentielle népérienne et les représenter graphiquement.

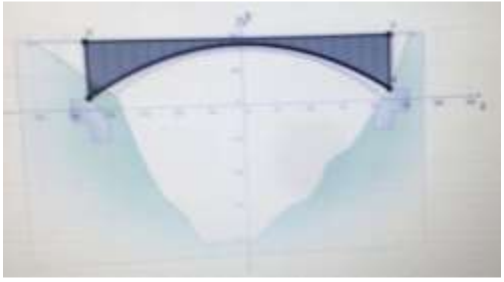
HABILETES	CONTENUS

Connaitre	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - la définition d'une fonction exponentielle de base a ($a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$) - la définition d'une fonction puissance d'exposant réel non nul - les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - la représentation graphique de la fonction exponentielle népérienne - les propriétés algébriques de la fonction exponentielle de base a ($a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$) - les propriétés algébriques de la fonction puissance d'exposant réel non nul - l'allure de la courbe représentative de la fonction $x \longmapsto x^{\alpha}, \alpha \neq 0$suivant que $\alpha < 1$ ou $\alpha > 1$. - les limites de référence de la fonction exponentielle népérienne - les fonctions dérivées des fonctions du type : expou et u^{α},$\alpha \epsilon \mathbb{R}^*$ - les primitives des fonctions du type: $u'e^{u}$ et $u'u^{m}$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ -les propriétés relatives à la croissance comparée des fonctions logarithme népérien, exponentielles et puissances
Noter	- la fonction exponentielle népérienne - une fonction exponentielle de base a ($a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$) - une fonction puissance d'exposant réel non nul
Résoudre	- des équations ou inéquations faisant intervenir des fonctions exponentielles
Déterminer	- les dérivées des fonctions du type : exp∘u et u^{α}($\alpha \in \mathbb{R}^*$) les primitives des fonctions du type: $u'e^{u}$, $u'u^{m}$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
Représenter	- graphiquement les fonctions du type : expou et u^{α} ($\alpha \in \mathbb{R}^*$) - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne - graphiquement une fonction faisant intervenir une fonction puissance d'exposant réel non nul
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne pour transformer une écriture - les limites de référence pour calculer d'autres limites - les limites sur la croissance comparée pour calculer d'autres limites
Étudier	- une fonction faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne - une fonction faisant intervenir une fonction puissance d'exposant réel non nul
Traiter une situation	- faisant appel aux fonctions exponentielles et puissances

Leçon 1.7 : Calcul intégral

Exemple de situation d'apprentissage

Au cours d’un exposé en Histoire- Géographie sur les infrastructures routières réalisées en chine, les élèves de la promotion Terminale d’un établissement secondaire apprennent que le pont de Zhijinghe à Hubei est un pont en arc qui a été achevé en 2009. Afin de le construire, les ingénieurs ont été amenés à étudier la résistance au vent.
Pour cela, ils ont calculé l’aire de la surface latérale grisée de la figure ci-dessous représentant un schéma de ce pont.



Emerveillés par ces informations, les élèves de la promotion Terminale décident de s’informer sur le calcul d’aire.

HABILETES	CONTENUS

Connaitre	- la définition de l’intégrale d’une fonction continue
	- la définition de la valeur moyenne d’une fonction continue sur un intervalle
	- les propriétés de l’intégrale :
	   - linéarité
	   - signe de l’intégrale
	   - relation de Chasles
	   - inégalité et intégrale
	   - inégalité de la moyenne (les 2 formes)
	- la technique de l’intégration par parties
	- la technique du changement de variable affine

Noter	- une intégrale

Calculer	- une intégrale en utilisant :
	   • les primitives des fonctions usuelles
	   • la relation de Chasles
	   • une intégration par parties
	   • un changement de variable affine
	   • une fonction du type $u' \times (f' 0\, u)$
	- une aire
	- la valeur moyenne d’une fonction continue sur un intervalle
	- une intégrale en utilisant la parité ou la périodicité d’une fonction

Déterminer	- le signe d’une intégrale - un encadrement d’une intégrale
Interpréter	- graphiquement une intégrale
Étudier	- les variations des fonctions du type : $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$
Représenter	

	- une allure d'une fonction du type : $x \longmapsto \int_a^x f(t)\,dt$
Traiter une situation	- faisant appel au calcul intégral

Leçon 1.8 : Suites numériques

Exemple de situation

Dans le souci d'avoir assez de revenus pour l'organisation des festivités de fin d'année, le président de la promotion terminale veut effectuer le placement de la somme de 300.000 CFA qu'ils ont dans leur caisse au premier Janvier 2018.

Il se rend dans une structure bancaire et le banquier lui propose deux options.

Option 1 : le capital placé est augmenté de 2500 CFA à intérêts simples par mois

Option 2 : le capital placé augmentera de 5% de mois en mois pendant la durée du placement

Le budget de la manifestation étant de 400.000 CFA, le président voudrait connaitre l'option la plus avantageuse pour obtenir rapidement cette somme avant la date de la manifestation fixée au début du mois d'Août 2018.

Le major de cette promotion affirme que le problème peut être résolu à l'aide de suites particulières.

Forts de ces informations et voulant aider leur président, les élèves de la promotion terminale décident de faire des recherches sur les suites arithmétiques et géométriques.

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	- la définition d'une suite : • majorée • minorée • bornée - la définition d'une suite : • convergente • divergente - les propriétés sur les suites monotones : • Toute suite croissante et majorée converge • Toute suite décroissante et minorée converge - les propriétés sur la convergence des suites numériques • si (u_n)est une suite convergente vers a et f une fonction continue en a alors la suite $v_n = f(u_n)$ vers *f(a)* • propriété page284 (CIAM TSM) • les propriétés des suites récurrentes définies par une relation du type $U_{n+1} = f(Un)$ - les propriétés sur la divergence des suites numériques • Toute suite croissante et non majorée a pour limite $+\infty$ • Toute suite décroissante et non minorée a pour limite $-\infty$ - les propriétés sur la convergence : • des suites géométriques • des suites arithmétiques • des suites du type n^{α} - les théorèmes de comparaison - les propriétés sur les limites et comportements asymptotiques comparés des suites (In n) , (a^n), a > 0 et (n^{α}), α réel

Savoir	- mener un raisonnement par récurrence
Reconnaître	- une suite géométrique convergente ou divergente - une suite du type n^{α}convergente ou divergente
Démontrer	- qu'une suite est monotone - qu'une suite est majorée et/ou minorée - qu'une suite est convergente ou divergente
Conjecturer	- le comportement d'une suite récurrente
Déterminer	- la plus petite valeur de *n* telle que : $u_n \geq 10^p, p \in \mathbb{N}$ - la plus petite valeur de *n* telle que :$\|u_n - l\| \leq 10^p, p \in \mathbb{N}$ - la limite d'une suite
Traduire	- une situation donnée à l'aide d'une suite : • arithmétique • géométrique • arithmético-géometrique
Traiter une situation	- faisant appel aux suites numériques

Leçon 1.9 : Equations différentielles

Exemple de situation :
Un professeur cultive une colonie bactérienne de 1 000 bactéries à l'instant 0 avec ses élèves. Ils constatent alors que l'accroissement de la population est proportionnel à cette population et double en 4h. L'expérience consiste à déterminer le nombre de bactéries après 12 h. Pour cela, les élèves décident de traduire ses résultats sous forme d'équation et de le résoudre.

HABILETÉS	CONTENUS
Connaitre	- la définition d'une équation différentielle - les solutions de chaque équation différentielle au programme
Identifier	- une équation différentielle
Justifier	- qu'une fonction est solution d'une équation différentielle
Résoudre	- une équation différentielle du type $f' = af$ (a réel) - une équation différentielle du type $f' = af + b$ (a et b réels et $a \neq 0$) - une équation différentielle du type $f'' = 0$ - une équation différentielle du type $f'' = \omega^2 f$ (ω réel non nul) - une équation différentielle du type $f'' = -\omega^2 f$ (ω réel non nul)
Déterminer	- la solution d'une équation différentielle du type $f' = af + b$ (a et b réels) satisfaisant à une condition initiale donnée - la solution d'une équation différentielle du type $f'' = mf$ (m réel) satisfaisant à des conditions initiales données.
Traiter une situation	- faisant appel aux équations différentielles

COMPETENCE 2

Traiter des situations relatives à la modélisation d'un phénomène aléatoire, à l'organisation et au traitement des données.

THEME 1 : ORGANISATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

Leçon 2.1 : Statistiques à deux variables

Exemple de situation
Un riche entrepreneur offre une de ses entreprises à son fils. Celui-ci prend connaissance des chiffres d'affaires annuels de l'entreprise à travers le tableau ci-dessous.

Années	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire en millions de franc CFA (y_i)	99	130	92	108	232	150

Il souhaite connaitre le chiffre d'affaire de son entreprise en 2020, il sollicite ton aide. Après analyse minutieuse de ce tableau, tu te rends dans le centre de documentation et d'information (CDI) de ton Lycée pour faire des recherches sur les séries statiques à deux variables pour répondre à sa préoccupation.

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une série statistique à deux caractères - la définition du point moyen - les tableaux de fréquences marginales - la formule de la covariance - la formule du coefficient de corrélation linéaire - les formules de calcul de a et b (resp. a' et b') dans l'équation y = ax + b (resp. x=a'y+b') d'une équation de la droite de régression par la méthode des moindres carrées de y en x (resp. x en y).
Etablir	- les séries marginales à partir d'un tableau à double entrée représentant une série statistique à deux caractères
Représenter	- un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal - une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Placer	- le point moyen d'un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal
Calculer	- les coordonnées du point moyen - la variance - la covariance - le coefficient de corrélation linéaire
Interpréter	- le coefficient de corrélation linéaire
Déterminer	- une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés
Estimer	- la valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : • à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement - à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement
Traiter une situation	- faisant appel aux séries statistiques à deux caractères

THEME 2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

Leçon 2.2 : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire

Exemple de situation

Pour l'organisation de la kermesse de leur Lycée, les élèves d'une classe de terminale désirent proposer le jeu suivant à un stand :
« Une urne contient trois boules rouges numérotées 100, 200 et 300 et deux boules rouges numérotées 2 et 5, toutes indiscernables au toucher.
Les règles du jeu sont les suivantes :
Le joueur mise X francs CFA et tire successivement avec remise deux boules de l'urne. Si les deux boules tirées sont de même couleur, la partie est perdue. Sinon, le joueur remporte le montant en francs CFA égal au nombre obtenu par le produit des numéros apparus sur les boules tirées »
Pour ne pas être perdant, ces élèves souhaitent déterminer la mise minimale du joueur pour que le jeu leur soit avantageux.
Ensemble, ils s'organisent pour calculer des probabilités, étudier des notions de variables aléatoires et déterminer des lois de probabilités.

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une probabilité conditionnelle - la définition d'une variable aléatoire - la définition d'une loi de probabilité, - la définition d'une fonction de répartition, - la définition de l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type - d'un système complet d'évènement - la définition d'une épreuve de Bernoulli - la définition d'un schéma de Bernoulli - la définition de la loi binomiale de paramètres n et p - la propriété relative à l'espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale B(n,p) - la propriété relative à la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale B(n,p) - la formule des probabilités totales
Noter	- une probabilité conditionnelle : P(A/B) ou $P_B(A)$
Calculer	- la probabilité d'un évènement - la probabilité d'un évènement en utilisant la formule des probabilités totales - la probabilité d'obtenir k succès dans une suite de n épreuves de Bernoulli ($0 \leq k \leq n$) - l'espérance mathématique, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire donnée
Justifier	- que deux événements sont indépendants ou non
Déterminer	- la loi de probabilité d'une variable aléatoire donnée - la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Construire	- un arbre pondéré - la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Traiter une situation	- faisant appel aux probabilités

COMPETENCE 3

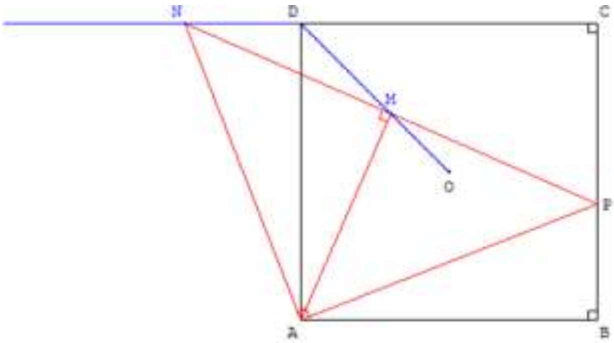
Traiter une situation relative à la géométrie du plan, à la géométrie de l'espace et aux transformations du plan.

THEME 1 : GEOMETRIE DU PLAN

Leçon 3.1 : Nombres complexes et transformations du plan

Exemple de situation

Le système ci-contre permet de soulever une charge placée en M.
Il est ramené à un plan rapporté au repère orthonormal direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, ABCD est un carré de centre O et P un point se déplacant sur [BC].
On appelle N l'image de P par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et M le milieu de [NP].
Pour vérifier efficacité du système, les élèves de terminale décident de déterminer les lieux géométriques des points N et M lorsque P décrit [BC].



HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une similitude directe - les éléments caractéristiques d'une similitude directe - les formules relatives à l'écriture complexe : • d'une translation • d'une symétrie centrale • de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses • de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées • d'une homothétie de centre 'Ω et de rapport λ • d'une rotation de centre 'Ω et d'angle θ • d'une similitude directe - les caractérisations complexes : • des points alignés • des triangles particuliers • des points cocycliques • d'un cercle • d'une droite
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : • translation • symétrie centrale • symétrie orthogonale par rapport à l'un des axes de coordonnées • homothétie • rotation • similitude directe
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : • translation

	• symétrie centrale • symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses • symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées • homothétie de centre 'Ω et de rapport k • rotation de centre 'Ω et d'angle θ • similitude directe -l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un angle, par une transformation dont on connait l'écriture complexe -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : • translation • symétrie centrale • symétrie orthogonale par rapport à un axe du repère • homothétie • rotation • similitude directe - des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes - la nature d'un triangle, d'un quadrilatère en utilisant les caractérisations complexes
Construire	- l'image d'un point par une similitude directe - des lieux géométriques
Démontrer	- une propriété géométrique (points alignés, points cocycliques, angle droit, ...) en utilisant les caractérisations complexes
Traiter une situation	faisant appel aux applications géométriques des nombres complexes

GUIDE D'EXECUTION DES PROGRAMMES MATHEMATIQUES – TERMINALE D

I. PROPOSITIONS DE CONSIGNES, SUGGESTIONS PEDAGOGIQUES ET MOYENS

LEÇON 1: Nombres complexes

Contenus	Consignes pour conduire les activités	Techniques pédagogiques	Supports didactiques
• **Forme algébrique d'un nombre complexe** - partie réelle (Re) - partie imaginaire (Im) - conjugué d'un nombre complexe, propriétés - somme, produit, quotient de deux nombres complexes - formule du binôme - égalité de deux nombres complexes	• Les nombres complexes prolongent IR et offre un domaine riche d'activités numérique •Il ne s'agit pas de faire une théorie sur les nombres complexes mais de les utiliser pour résoudre des problèmes. • On s'interdira d'utiliser le	• Travail en groupe • Travail individuel Enquête	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

- module et argument d'un nombre complexe - module et argument du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe • **Forme trigonométrique** - affixe d'un point, d'un vecteur - point image et vecteur image d'un nombre complexe - forme exponentielle • **Nombre complexe et trigonométrie** - Formule de Moivre, formule d'Euler • **Equation dans C** - Racines carrées d'un nombre complexe non nul - Equation du second degré dans C - Racine nième d'un nombre complexe non nul - Racines nième de l'unité , interprétation graphique • **Nombre complexe et géométrie** - $\arg(\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_D})$ est une mesure de $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA})$ - Caractérisation complexe d'un cercle Caractérisation complexe d'un' droite	symbole √ avec un nombre complexe non réel positif. • L'écriture exponentielle sera utilisée le plus tôt possible afin d'alléger les expressions dans les calculs •A titre d'exercice, on pourra faire démontrer aux élèves que :A, B, C et D étant quatre points distincts d'affixes respectives a, b, c et d, A, B, C et D sont cocycliques ou alignés si et seulement si $\arg(\frac{c-b}{c-a}) = \arg(\frac{b-b}{d-a}) + k\pi$ avec k entier relatif. • Pour la linéarisation des puissances de cosinus et sinus, on se limitera à des exposants inférieurs ou égaux à 5. Les formules de trigonométrie obtenues ne sont pas à apprendre par cœur. • La linéarisation des fonctions trigonométriques sera réinvestie dans le calcul intégral.		

LEÇON 2: Nombres complexes et transformations du plan

Contenus	Consignes pour conduire les activités	Techniques pédagogiques	Supports didactiques
• **Ecriture complexe des transformations** - Translation - Symétrie centrale - Symétries orthogonales par rapport aux axes du repère - Homothétie de centre Ω et de rapport λ ,	• Cette leçon doit être traitée après les similitudes. Cependant, il peut être intégré soit au nombre complexe soit aux similitudes directes. •**<u>Propriétés à démontrer</u>** : Etablir l'écriture complexe de chacune des transformations étudiées	• Travail en groupe • Travail individuel Enquête	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

- Rotation de centre Ω et d'angle θ	•Cette leçon aide à résoudre les problèmes de géométrie en utilisant un outil analytique •Dans la résolution d'un problème, l'élève sera entrainé à utiliser l'outil complexe, l'expression analytique ou l'outil géométrique selon les nécessités. •Dans les contrôles continus, l'enseignant pourra préciser l'outil qu'il souhaite privilégier **<u>NB</u> :** On pourra faire remarquer aux élèves qu'une homothétie de rapport k est une similitude directe de rapport $\lvert k \rvert$		

LEÇON 3 : Limites et continuité

Contenus	Consignes pour conduire les activités	Techniques pédagogiques	Supports didactiques
Limites, continuité • Limites. - Limite d'une fonction composée. - Limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert. • Fonctions continues sur un intervalle. - Opérations, composée (propriétés admises). - Image d'un intervalle. - Fonction continue et strictement monotone sur un intervalle : • Prolongement par continuité **<u>Théorème 1</u>** : Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I , alors *f* est une bijection de I sur *f*(I). Sa bijection réciproque f^{-1} est continue et de même sens de variation que la fonction *f*. **<u>Théorème 2</u>** : Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I , alors pour tout m de f(I), l'équation *f*(x) = m admet une unique solution dans I . Corollaire : Soit *f* une fonction continue et strictement monotone sur $[a, b]$. Si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle ouvert]a, b[. **<u>Etude et représentation graphique de fonctions</u>** • Branches paraboliques de direction (OI) ou (OJ) dans un repère (O, I, J).	• La plupart des propriétés ont été abordé en classe de première. Ces propriétés tout comme les techniques des calculs pour lever l'indétermination, ne doivent pas faire l'objet d'un traitement théorique. Elles seront mises assez rapidement en œuvre dans des exercices dont le niveau de technicité et l'abondance doivent rester très raisonnable car elles seront réinvesties tout au long de l'année dans les études de fonctions. • La propriété sur la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert sera utilisée dans les suites et les fonctions définies par intégrale. • L'étude générale des branches infinies est hors programme. • Les branches paraboliques selon les axes coordonnées sont les seules directions asymptotiques à connaître. • Dans le cas d'une asymptote oblique, une équation est fournie à l'élève. On introduira la continuité sur un intervalle. Cette définition permet l'usage de deux théorèmes importants concernant l'existence d'une bijection réciproque et la propriété des « valeurs intermédiaire ». Notons que la forme générale de cette dernière propriété est hors programme.	•Travail en groupe •Travail individuel •Enquête •*Brainstorming Discussion dirigée*	•Manuel •Internet •Revues •Média •Instruments de géométrie

	Pour déterminer la limite d'une fonction composée on peut utiliser un changement de variable.		

LEÇON 4: Dérivabilité et étude de fonctions

Contenus	Consignes pour conduire les activités	Techniques pédagogiques	Supports didactiques
Dérivabilité • Toute fonction dérivable sur un intervalle est continue sur cet intervalle. • Fonctions dérivées. - Dérivées successives , nouvelles notations $\frac{df}{dx}$, $\frac{d^2f}{dx^2}$ - Dérivée d'une fonction composée (admis) , application à la dérivation des fonctions de la forme U^n ($n \in \mathbf{Z}^*$), $\ln \circ u$, $\exp \circ u$, u^a ($u \in \mathbf{k}^*$), $\sqrt{u}$. - Existence de la dérivée d'une fonction réciproque (admis), formule de la dérivée de la fonction réciproque. - Inégalité des accroissements finis (2 formes). - Nombre dérivé à droite (à gauche) d'une fonction en un point. - - Demi- tangente. **<u>Etude et représentation graphique de fonctions</u>** • Représentation graphique des fonctions du type : * $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$) , * $x \mapsto x^r$ ($r \in \mathbb{Q}$, $x \in \mathbb{R}_+^*$). - Définitions , notation $x^{p/q}$. - Propriétés des puissances d'exposants rationnels, dérivée et représentation graphique.	On ne demandera pas de justifier la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle lors des évaluations. On se limitera à l'utilisation de la formule donnant la dérivée d'une fonction réciproque uniquement en un point x0 et cela pour des exemples ne présentant pas de difficulté particulière. •Les fonctions qu'on peut étudier dans ce chapitre sont en nombre infini. Il sera bon de bien sélectionner celles qui seront étudiées pour obtenir un éventail aussi complet que possible de situations différentes.	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming Discussion dirigée*	•Manuel •Internet •Revues •Média •Instruments de géométrie

Leçon 5 : Primitives

CONTENUS	**CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES**	**TECHNIQUES PEDAGOGIQUES**	**SUPPORTS DIDACTIQUES**
•Définition d'une primitive • existence de primitives d'une fonction continue sur un intervalle • Ensemble des primitives d'une fonction continue • unicité de la primitive d'une fonction prenant une valeur donnée en un point donné • Primitives des fonctions de référence • primitive de u+v, $\lambda u(\lambda \in IR)$, v'(u'ov), $u'u^m(m \in Q-\{1\})$	• On introduira les limites comme opération inverse des dérivées. •On fera établir le tableau des primitives de référence. On fera ensuite fonctionner abondamment les tableaux des primitives de fonction de référence, ce qui permettra de la mémoriser, avant d'aborder des exemples complexes. • On pourra faire remarquer aux élèves que pour vérifier un calcul de primitive, il suffit de dériver la fonction trouvée. • Les différentes techniques pour déterminer des primitives (décomposition en élément simples, linéarisation, utilisation des formules trigonométriques) doivent être guidées.	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming* *Discussion dirigée*	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

LEÇON 6: Fonctions logarithmes

CONTENUS	CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES	TECHNIQUES PEDAGOGIQUES	SUPPORTS DIDACTIQUES
• **Fonction logarithme népérien** - définition, notation propriétés, représentation graphique - limites de référence - primitives de u'/u • **Logarithme décimal** - Définition - Notation • **Dérivée de fonction du type lnou et lno|u|**	• La manière d'introduire la fonction logarithme népérien n'est pas imposée. Il y a plusieurs approches possibles : - approche historique - Approche avec la calculatrice - Approche avec l'utilisation des propriétés des primitives. • L'usage de la calculatrice renforce les possibilités d'étude de cette notion aussi bien pour effectuer des calculs que pour permettre de conjecturer des résultats. • La représentation graphique de la fonction x|→lnx doit être connue des élèves car elle permet de retrouver de nombreux résultats (ensemble de définition, variation, signe, limites, valeurs particulière, branches paraboliques) • La bijectivité de la fonction logarithme népérien permet d'introduire le nombre e. • Aucune étude des propriétés de la fonction logarithme décimal ne sera faite mais on l'utilisera dans les exercices. • La croissance « lente » de la fonction logarithme pourra être étayée avec des calculs numériques. Ce résultat sera réinvesti lors de l'étude des croissances comparée des fonctions logarithmes népérien, exponentielle et puissance	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming Discussion dirigée*	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

LEÇON 7: Fonctions exponentielles et puissances

CONTENUS	CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES	TECHNIQUES PEDAGOGIQUES	SUPPORTS DIDACTIQUES
• **Fonction exponentielle népérienne** - définition, propriété, notation, représentation graphique - limites de référence - primitives de $u'e^u$ • **Définition de la fonction exponentielle de base a** ($a \in IR^{+*}-\{1\}$) •**Définition de la fonction puissance d'exposant réel non nul** •**Primitives de $u'u^m (m \in IR-\{1\})$** •**Croissance comparée des fonctions logarithme népérien, exponentielle népérienne et puissance** •**Dérivées de fonctions du type expou, u^α ($\alpha \in IR^*$)**	• La fonction exponentielle népérienne est définie comme la bijection réciproque de la fonction ln. Ses propriétés se déduisent naturellement de celles de la fonction ln. •L'étude des fonctions exponentielle de base a et des fonctions puissances découle directement de l'étude de la fonction exponentielle népérienne • On habituera les élèves à retrouver les limites et les dérivées des fonctions exp a et puissance à partir des définitions de ces fonctions • l'étude générale des fonctions expa n'est pas à traiter de manière théorique mais pourra être abordée sur quelques exemples ($0<a<1$ et $a>1$). Il en est de même pour les fonctions $x \mapsto x\alpha$. ce sera l'occasion d'étudier des cas correspondant à des valeurs variées de α et de faire le lien avec les notations $\sqrt[n]{x}$ et $x^{p/q}$ • les fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$ sont définies sur $]0 , +\infty[$ mais, pour certaines valeur de α ($\alpha \in Z$, $\alpha = ½$, etc), elles peuvent être définies sur un ensemble contenant $]0 , +\infty[$(par exemple IR, IR* ou $[0 , +\infty[$.	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming* *Discussion dirigée*	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

LEÇON 8 : Calcul intégral

CONTENUS	CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES	TECHNIQUES PEDAGOGIQUES	SUPPORTS DIDACTIQUES
<u>**Calcul intégral**</u> • Définition de l'intégrale d'une fonction continue f :	• Il faut faire le lien entre intégrale et aire dès l'introduction des intégrales ou tout de suite	• Travail en groupe	• Manuel • Internet • Revues • Média

$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de *f*. • La fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a. • Interprétation graphique de l'intégrale d'une fonction continue positive. • Propriétés : - linéarité , - relation de Chasles , - positivité , - si $f \leq g$ sur [a, b] alors $\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$, - inégalité de la moyenne -si $m \leq f \leq M$ sur [a, b] alors $M(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a)$, - si $\vert f \vert \leq M$, alors $\int_a^b \vert f(t)dt\vert \leq M \vert b-a \vert$ - valeur moyenne d'une fonction , - intégration par parties , - changement de variable affine. • Application au calcul d'aire. Fonction du type $F : x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$.	après la définition. Cela permet alors d'illustrer graphiquement les propriétés de l'intégrale. • Lors d'une évaluation, si le calcul d'une intégrale utilise une intégration par parties, l'énoncé devra l'indiquer. • A l'occasion d'un calcul d'aire, l'unité attendue doit être précisée dans l'énoncé. • On pourra calculer sur des exemples, une valeur approchée d'une intégrale par la méthode des rectangles. La méthode des rectangles n'est pas à évaluer	• Travail individuel • Enquête • *Brainstorming* *Discussion dirigée*	Instruments de géométrie

Leçon 9 : Suites Numériques

CONTENUS	CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES	TECHNIQUES PEDAGOGIQUES	SUPPORTS DIDACTIQUES
• suites monotone • Suites convergentes • Notion de convergence	•On pourra s'appuyer sur l'utilisation de la calculatrice et des graphiques pour introduire la notion de convergence d'une		

• Unicité de la limite *• Si f est une fonction numérique telle que limf(x)= l en +∞ alors la suite définie par un = f(n) converge vers l* • Suites majorées, minorées Toute suite croissante et majorée converge Toute suite décroissante et minorée converge • Convergence des suites géométriques • Suites divergentes	suite. On peut faire comprendre aux élèves : - que pour certaines suites, tous les termes à partir d'un certain rang, sont aussi proche que l'on veut d'un nombre réel a - que pour d'autres suites, les termes à partir d'un certain rang, prennent des valeurs aussi grandes que l'on veut - qu'il existe des suites qui ont des comportements irréguliers • L'étude des suites sera étroitement liée à celle des fonctions. Le sens de variation ou les propriétés de certaines fonctions permettront de conclure sur le comportement des suites. • Dans l'étude d'une suite récurrente, on pourra s'appuyer, quand le contexte le permettra, sur la représentation graphique pour conjecturer le comportement de la suite • La notion de suite majorée et suite minorée sont définies essentiellement dans le but de donner des outils complémentaires pour la convergence des suites. Ainsi, il ne sera pas nécessaire de multiplier les exercices et les méthodes autour de ces notions. • Le raisonnement par récurrence sera suggéré dans l'énoncé des exercices et des évaluations, lorsque son utilisation est indispensable		

LEÇON 10: Équations différentielles

Contenus	Consignes pour conduire les activités	Techniques pédagogiques	Supports didactiques
<u>Equations différentielles</u> : • Equation différentielle du type *f' = k f.* • Equation différentielle du type *f'* = 0*.* Equation différentielle du type f'' = *m f.*	•On évitera la théorie sur les équations différentielles. • Les différents types d'équations seront introduits à partir d'exemple simple tirés de la physique, de la chimie, de la biologie, et de la vie courante. • Les élèves de terminale rencontrent en cours de sciences physiques les équations différentielles notamment, un des intérêts immédiats du cours de mathématiques sera la justification de la nature des solutions de ces équations différentielles	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming* *Discussion dirigée*	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

Leçon 11 : Probabilité conditionnelle et variable aléatoire

CONTENUS	**CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES**	**TECHNIQUES PEDAGOGIQUES**	**SUPPORTS DIDACTIQUES**
• **Probabilité** - Vocabulaire - Définition d'une probabilité dans le cas d'une équiprobabilité - Propriété • **Probabilité conditionnelle** - p(A/B) = $\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$ - Evènements independents • **Variable aléatoire** - Définition d'une variable aléatoire - Loi de probabilité - Fonction de répartition - Espérance	• On introduira le vocabulaire des probabilités au travers de situation concrète • On apprendra à reconnaître l'univers et les évènements élémentaires d'une expérience aléatoire. • Le choix de l'univers est fondamental et ne modifie pas dans certains cas les résultats des calculs de probabilité. • L'utilisation des outils de l'analyse combinatoire (arrangements, combinaison) se fera sans recherche de difficultés technique. • On se placera dans des situations ayant du sens, en particulier on présentera des applications des probabilités en biologie et en économie. • On pourra introduire la notion de	• Travail en groupe • Travail individuel • Enquête • *Brainstorming* *Discussion dirigée*	• Manuel • Internet • Revues • Média Instruments de géométrie

mathématique - Variance , écart-type • **Loi Binomiale** - Probabilité d'obtenir k succès dans une suite de n épreuves de Bernoulli (n≤k≤n) - $E(X) = np$ - $V(X) = np(1-p)$	probabilité conditionnelle à l'aide des arbres de choix ou des tableaux à double entrée. • On fera remarquer aux élèves qu'une variable aléatoire est en réalité une fonction. • Les formules générales sont données par comparaison avec leur équivalent en statistique. Par exemple on remarquera le lien entre moyenne et espérance mathématique. Pour les calculs, on privilégiera l'usage de tableau • On habituera les élèves à reconnaître une situation où la loi binomiale doit être appliquée (épreuve répétés identiques indépendantes)		

Leçon 12: Statistiques à deux variables

CONTENUS	**CONSIGNES POUR CONDUIRE LES ACTIVITES**	**TECHNIQUES PEDAGOGIQUES**	**SUPPORTS DIDACTIQUES**
•Tableau statistique à double entrée • Tableaux de fréquences marginales • Nuages de points Point moyen • Ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés - Covariance - Droite de régression - Coefficient de corrélation linéaire	• On se servira d'une activité d'introduction pour rappeler le vocabulaire, les calculs de statistique à une variable, et le sens des notions de moyenne et de variance de séries simples. • On veillera à une bonne compréhension des éléments du tableau • L'interprétation des résultats fera l'objet d'une activité avec les élèves. • Dans la rédaction des copies les élèves devront : Soit faire apparaitre explicitement les formules, puis leur application numérique , Soit faire les tableaux de calculs avec les valeurs des séries. • Les fonctions statistiques de la calculatrice serviront à vérifier les résultats • Les énoncés devront indiquer précisément la façon dont on arrondi les résultats		

EXEMPLE DE FICHE DE LEÇON

Discipline : Mathématique

Classe: T^{le} D **Compétence:** **Thème: Calcul littéral** **Leçon :** Équations différentielles **Séances** :Définition- Équation différentielle du type: $f' = af$ **Durée :** 55 min **Matériel :** Calculatrice, manuel **Pré- requis** : Primitive – Focntion logarithme népérien - Fonction exponentielle népérienne

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une équation différentielle - les solutions des équations différentielles du type : $f' = af$
Résoudre	- des équations différentielles du type : $f' = af$
Traduire	- un problème de vie courante à l'aide d'une équation différentielle du type : $f' = af$
Traiter	- des situations faisant appel aux équations différentielles du type : $f' = af$

Exemple de situation :
Un professeur d'Histoire-Géographie a donné l'exercice suivant à ses élèves de Terminale C.
« En l'an 2005, la population de la Côte d'Ivoire était d'environ 18 millions d'habitants. Cette population était d'environ 19,9 millions d'habitants en 2010. On désigne par $P(t)$ le nombre d'habitants de la Côte d'Ivoire en l'an. Des études ont montré que la vitesse d'accroissement $P'(t)$ de cette population, où P' désigne la dérivée de la fonction, est proportionnelle à $P(t)$. En vue de faire des prévisions d'investissements, il vous est demandé de déterminer en quelle année la population de la Côte d'Ivoire sera de 30 millions d'habitants »
Ne sachant comment faire, ces élèves s'adressent à leur professeur de mathématique qui leur donne des indications.
Il s'agit de

1) Justifier que : $P'(t) = aP(t), a \in \mathbb{R}$, puis que : $\frac{P'(t)}{P(t)} = a$.
2) En intégrant la deuxième égalité, déterminer (t) . Déduire alors a puis.

Moment didactique et durée	Stratégies pédagogiques	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation				
Présentation de la situation *-appropriation de la situation*	-lecture individuelle -lecture collective -questions d'orientation	Voici la situation -Approprie-toi la situation -Lit la situation pour la classe -explique le texte	-Lecture silencieuse -Lecture à haute voix -Explication de la situation : Il s'agit de déterminer en quelle année la population de la Côte d'Ivoire sera de 30 millions d'habitants	
Développement *Traitement de la situation/ activit*	-Travail en groupe -exposition de quelque résultat -échange entre les élèves -contrôle le travail des élèves	Fais faire la synthèse de l'activité puis identifie le nouveau savoir.	* $P'(t)$ est proportionnelle à $P(t)$, donc il existe un réel a tel que $P'(t) = aP(t)$. $P'(t) = aP(t)$. * $P'(t) = aP(t)$ donc $\frac{P'(t)}{P(t)} = a$ 1) * $\frac{P'(t)}{P(t)} = a$, donc $ln\lvert P(t)\rvert = at$, c-à-d $P(t) = ke^{at}$, $k \in \mathbb{R}$ * $18\,000\,000 = ke^{2005a}$ $19\,900\,000 = ke^{2010a}$. D'où $\frac{ke^{2010a}}{ke^{2005a}} = \frac{19\,900\,000}{18\,000\,000}$, c-à-d $e^{5a} = \frac{199}{180}$ Donc $5a = ln\frac{199}{180}$, soit $a = 0{,}02$ * Par suite $k = 18\,000\,000e^{-2005\times 0{,}02}$ et $P(t) = 18\,000\,000e^{0{,}02(t-2005)}$ On a : $30\,000\,000 = 18\,000\,000e^{0{,}02(t-2005)}$ D'où : $0{,}02(t-2005) = ln\frac{25}{18}$ $t - 2005 \simeq 16$ $t = 2021$ C'est en 2021 que la population de la Côte d'Ivoire sera de 25 millions.	1- <u>Notion d'équation différentielle</u> Définition : On appelle équation différentielle, toute équation ayant pour inconnue une fonction et dans laquelle figure au moins une des dérivées successives de la fonction inconnue. Exemples : $f'' - 3f' + 11f = 0$ $7f' + 9f = x^2 - 2x - 6$ 2- <u>Équations différentielles du type : $f' = af$</u> Vocabulaire L'équation $f' = af$ est dite : - du 1er ordre parce qu'y figure seulement la dérivée première de , - à coefficients constants car les coefficients de f et de f' qui sont respectivement a et 1

				sont des constantes. 2-1 Résolution Propriété : Les solutions de l'équation différentielle $f' = af \;\; (a \neq 0)$ sont les fonctions f_k de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par: $f_k(x) = ke^{ax}$, où k est un réel quelconque. Démonstration : $f' = af \iff \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = af($ $\iff \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) - af(x) = 0$ $\iff \forall x \in \mathbb{R},$ $[f'(x) - af(x)]e^{-ax} = 0$ $\iff \forall x \in \mathbb{R}, [f(x)e^{-ax}]' = 0$ $\iff \forall x \in \mathbb{R}, f(x)e^{-ax} = k , k \in \mathbb{R}$ $\iff \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = ke^{ax} , k \in \mathbb{R}$ 2-2 Solution soumise une condition Théorème : Pour tout couple de réels $(x_0; y_0)$, l'équation $f' = af$ admet une et une seule solution f telle que $f(x_0) = y_0$ Démonstration : Soit f_k une solution de l'équation $f' = af$ .On a : $f_k(x_0) = y_0 \iff$ $ke^{ax_0} = y_0 \iff k = y_0e^{-ax_0}$ .cette valeur de k étant unique, on en déduit que la solution f_k est unique.

Évaluation *exercice de fixation ou d'application* *Renforcement*	- Recherche individuel - Exposition de quelques résultats -échange entre les élèves -Synthèse Travail à faire à la maison	<u>Exercice1</u> Résoudre les équations différentielles suivantes : 1) $f' = 5f$ 2) $f' + 2f = 0$ 3) $7f' - 3f = 0$ <u>Exercice 2</u> Déterminer la solution de l'équation $-5f' + 2f = 0$ vérifiant $f(1) = -1$ Exercice n° ......page.	<u>Exercice1</u> 1) Les solutions sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$par$f_k(x) = ke^{5x}, k \in \mathbb{R}$ 2) Les solutions sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$par$f_k(x) = ke^{-2x}, k \in \mathbb{R}$ 3) Les solutions sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$par$f_k(x) = ke^{\frac{3}{7}x}, k \in \mathbb{R}$ La solution f est définie sur $\mathbb{R}$par$f(x) = ke^{\frac{2}{5}x}, k \in \mathbb{R}$ $f(1) = -1$ $ke^{\frac{2}{5}} = -1$ $k = -e^{-\frac{2}{5}}$ Donc $f(x) = -e^{\frac{2}{5}x-\frac{2}{5}}$	